

I 次の問題 1, 2 に答えよ。解答はそれぞれ所定の用紙に書け。

問題 1 下の表の気体分子 A, B, C に関する熱力学的データを用いて, 問 1~問 8 に答えよ。ただし, A, B, C は理想気体であると仮定してよい。必要ならば, 次の値を用いよ。  
 $R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

- 問1 A 分子 1 モルを 1 bar のもとで 298 K から 600 K に可逆的に加熱するときのエンタルピー変化とエントロピー変化を求めよ。
- 問2 A 分子 1 モルを 298 K で 1 bar から 0.1 bar まで可逆膨張させるときのエンタルピー変化とエントロピー変化を求めよ。
- 問3 次の反応の 298 K における  $\Delta H^\circ$  と  $\Delta U^\circ$  を求めよ。  
 $3\text{A}(\text{g}) + \text{B}(\text{g}) \rightarrow 2\text{C}(\text{g})$
- 問4 この反応の 298 K における  $\Delta S^\circ$  を求めよ。
- 問5 この反応の 298 K における  $\Delta G^\circ$  を求めよ。
- 問6 この反応の 600 K における  $\Delta H^\circ$  と  $\Delta S^\circ$  を求めよ。
- 問7 この反応の 600 K における  $\Delta G^\circ$  を求めよ。
- 問8 600 K におけるこの反応の平衡定数  $K_p$  を求めよ。

	A	B	C
$\Delta H_f^\circ / \text{kJ mol}^{-1}$ (298 K)	0	0	-45.9
$S^\circ / \text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ (298 K)	130.7	191.6	192.8
$C_p^\circ / \text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ (298~600 K)	$27.3 + 3.3 \times 10^{-3} T$	$28.6 + 3.8 \times 10^{-3} T$	$29.8 + 25.1 \times 10^{-3} T$

(注) ° は圧力 1 bar における熱力学量であることを示す。

問題 2 角運動量演算子は  $\hat{l}_z = \frac{\hbar}{i} \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$  などと表される。以下の問に答えよ。

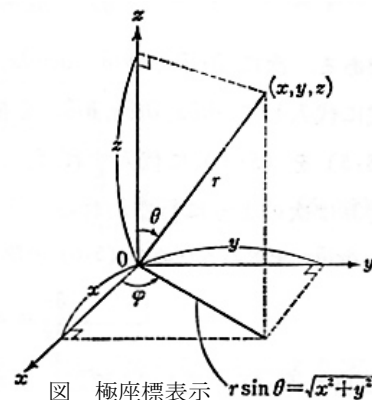
問 1  $\hat{l}_z$  と同様に定義される  $\hat{l}_x, \hat{l}_y$  に対して  $[\hat{l}_x, \hat{l}_y] = i\hbar \hat{l}_z$  が成立することを示せ。ただし,  $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$  である。

問 2 右図のような極座標  $(r, \theta, \varphi)$  表示では,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$$



であることに注意して  $\hat{l}_z$  を  $(r, \theta, \varphi)$  を用いて表せ。

問 3  $\hat{l}_z$  の規格化されていない固有関数が  $\psi_m = e^{im\varphi}$  であることを示し, またその固有値を求めよ ( $m$  は整数)。

問 4  $\varphi$  のとり得る範囲が 0 から  $2\pi$  であることに注意して問 3 の固有関数を規格化せよ。